



Olympiades académiques de mathématiques



Académie d'Amiens

Mercredi 15 mars 2017 de 8 heures à 12 heures

Série Professionnelle

Un ordinateur doit être mis à la disposition du candidat comme lors des épreuves de CCF de mathématiques.

L'épreuve comporte quatre exercices.

Les calculatrices sont autorisées selon la législation en vigueur.

Il est conseillé aux candidats qui ne pourraient formuler une réponse complète à une question d'exposer le bilan des initiatives qu'ils ont pu prendre.



Exercice numéro 1

Rien ne sert de courir ; il faut partir à point



Paula et Marc travaillent ensemble au service logistique de l'entreprise Colibri. Ils prennent souvent leur pause déjeuner ensemble.

Paula - « Tu as vu la pub **Courir ensemble pour lutter ensemble contre les discriminations** envoyée par la direction. »

Marc - « Oui et je trouve que c'est une bonne idée, mais franchement je ne me sens pas capable de courir une telle distance. 45 km !! »

Paula - « Tu as raison, il va falloir que je m'entraîne pour de bon car je me suis inscrite hier et compte bien commencer les entraînements dès demain. »

Elle ajoute « Ce serait chouette si on faisait ensemble cette course ! »

Marc - « Tu t'es inscrite ? Bravo !! Tu as vraiment l'esprit d'une battante. Mais moi je ne pourrai jamais, tu te rends compte, cela fait des mois que je n'ai pas fait de sport et la course a lieu dans exactement ... euh ... 30 jours. Oh non !!... Mais c'est juste impossible, il me faudrait au moins une année d'entraînement intensif. »

Paula - « Mais non ! On va se concocter un petit programme et le principal est bien de participer, non ? »

Marc - « Tu as raison ! Alors commençons doucement dès demain avec une première course de 5 km et un peu plus chaque jour. »

Paula - « Exactement ! Et pour être prêt le jour J, on peut faire le choix soit d'augmenter régulièrement la distance parcourue chaque jour, soit d'augmenter progressivement celle-ci. »

Marc - « Moi je prends l'option « régulier », cela me paraîtra moins dur, n'est-ce pas ? »

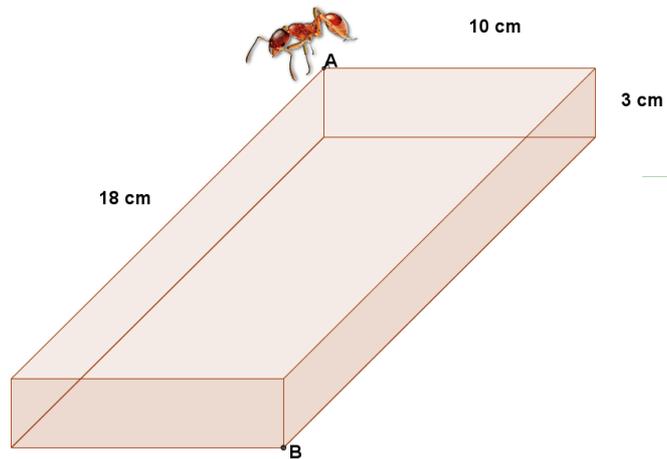
Paula - « Je ne sais pas, il faut voir quelle régularité tu retiendras. Ah, Ah, Ah ! Il ne me reste plus qu'à tester la seconde option, et on verra bien ! »

Problématique : A l'aide du fichier « Courir ensemble » à votre disposition sur l'ordinateur, proposez une suite au dialogue des deux compères faisant apparaître les programmes d'entraînement liés aux deux options.

En comparant ces deux programmes que répondez-vous à Marc qui pense avoir choisi l'option la moins difficile ?

Exercice numéro 2

Dans l'illustration suivante, la fourmi se trouvant au point A doit rejoindre le point B.



Déterminer la distance de la géodésique de cette situation.

Informations :

- Une géodésique est « le chemin le plus court ».
- Un fichier « fourmi » est à votre disposition sur l'ordinateur (Déplacer le curseur « pliage »).

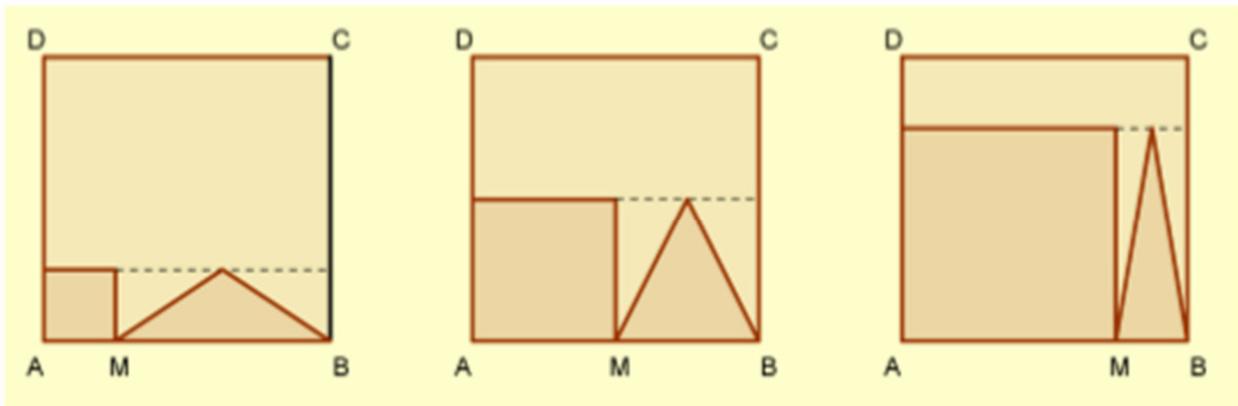
Exercice numéro 3

Le carré ABCD a un côté de longueur 8 cm.
M est un point du segment [AB].

On dessine dans le carré ABCD :

- Un carré de côté [AM]
- Un triangle isocèle de base [MB] et dont la hauteur a même mesure que le côté [AM] du carré.

Trois dessins sont proposés pour trois positions différentes du point M.

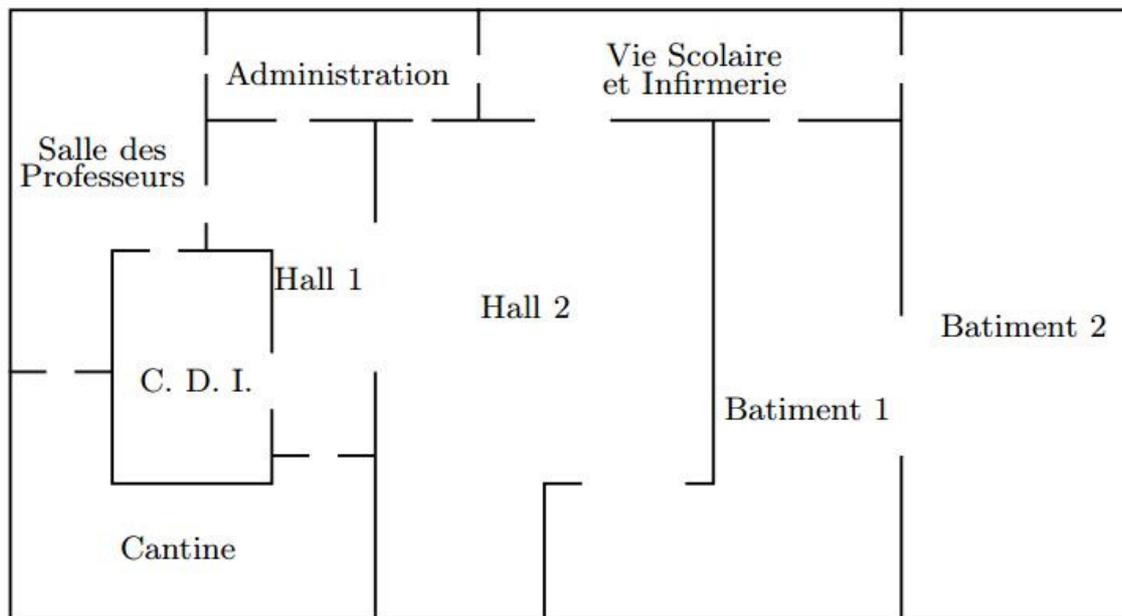


Quelle est la position du point M pour que l'aire du carré soit égale à l'aire du triangle ?

Exercice numéro 4

Dans un lycée

On donne ici le plan simplifié d'un lycée :



1) Jean est le gardien du lycée. Le matin, Jean doit allumer toutes les lumières du lycée avant l'arrivée des élèves.

a) Il part du Hall 2, est-il possible qu'il parcoure tout l'établissement sans avoir à passer deux fois par la même pièce ?

Où finira-t-il ? (On ne s'occupe pas de savoir comment Jean entre ou sort de l'établissement)

Si oui, représenter un tel trajet sur le plan du lycée donné en annexe 1.

b) Un tel parcours est-il possible si Jean part du Bâtiment 2 ? Pourquoi ?

2) A la fin de la journée, Jean doit vérifier qu'il ne reste personne dans l'établissement. Pour cela, dès qu'il entre dans une pièce, il ferme la porte qu'il vient de passer à clef, traverse la pièce puis ferme à clef la porte qu'il vient d'utiliser pour sortir de la pièce.

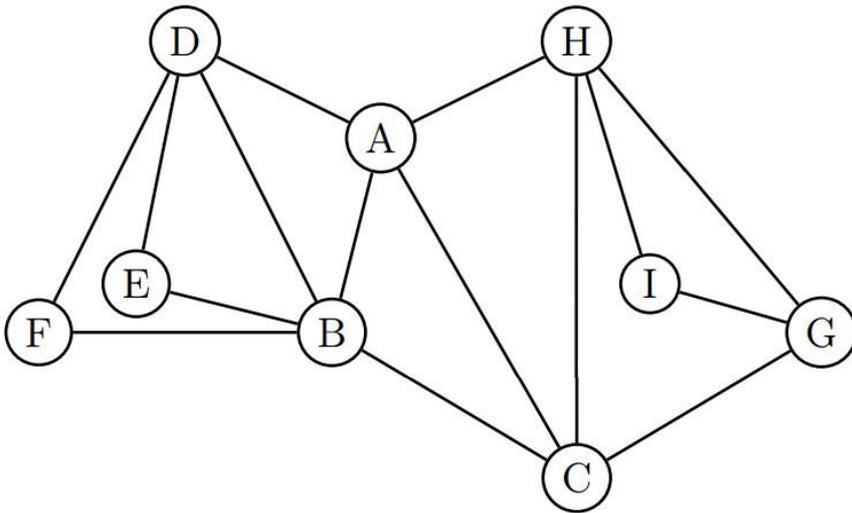
On ne s'occupe toujours pas de savoir comment Jean entre ou sort de l'établissement.

En partant dans le Hall 1 et en terminant dans le Bâtiment 1, est-il possible que Jean parcoure tout l'établissement sans avoir à ré-ouvrir une porte déjà fermée ?

Si oui, représenter son parcours sur le plan donné en annexe 2.

3) Le proviseur du lycée décide de refaire les peintures des murs de l'établissement de plusieurs couleurs différentes. Il souhaite que deux salles voisines (c'est-à-dire avec une porte en commun) aient des couleurs différentes et se demande alors combien de couleurs il va devoir utiliser au minimum.

Pour l'aider dans sa recherche, on a représenté le plan du lycée à l'aide d'un graphe :



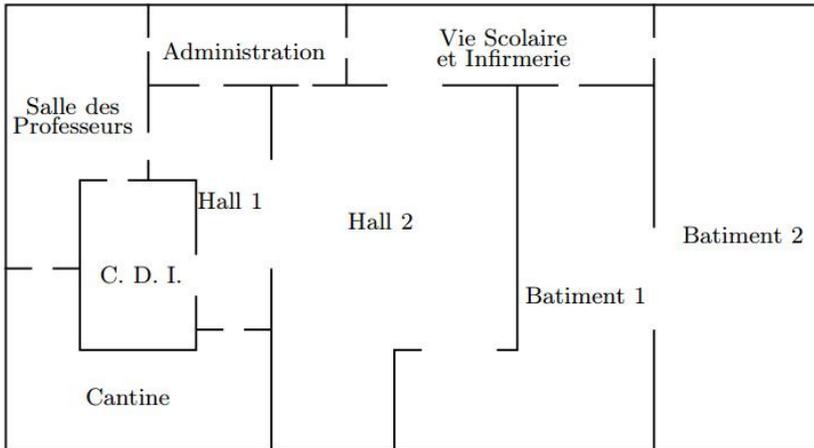
Chaque pièce du lycée est représentée par un sommet (par exemple le sommet A représente l'administration) et les arêtes représentent les différentes portes pour communiquer entre les pièces.

On va donc attribuer une couleur à chaque sommet de sorte que deux sommets reliés par une arête ne soient pas de la même couleur, et ce avec le moins de couleurs possibles.

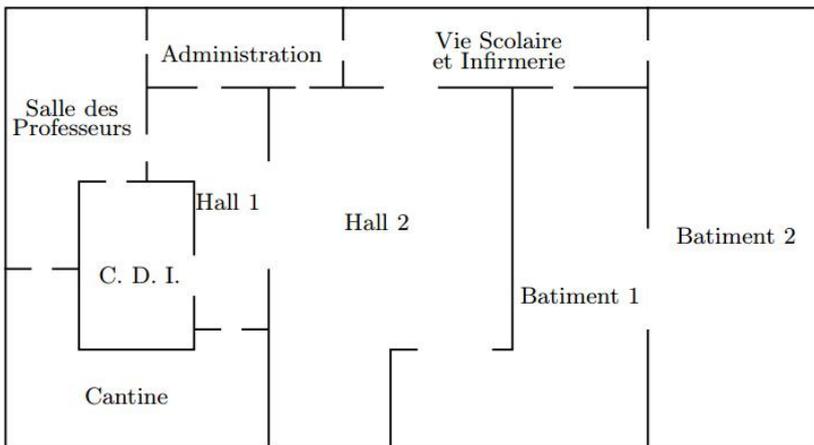
- a) En considérant les sommets A, H et C, expliquer pourquoi le proviseur doit choisir au moins trois couleurs différentes.
- b) Colorier alors les trois sommets A, C et H. On va ensuite essayer de n'utiliser que ces trois couleurs pour le reste du lycée.
- c) Quelle doit être la couleur du sommet B ? Et du sommet G ?
- d) En suivant le même raisonnement "de proche en proche" déterminer une couleur pour chaque sommet du graphe.
- e) Finalement, quel est le nombre minimal de couleurs que doit choisir le proviseur ?
- f) A l'aide du nombre de portes et donc d'arêtes pour chaque sommet, identifier chaque sommet à une pièce du lycée.
- g) Colorer alors le plan du lycée donné en annexe 3.

ANNEXES : (à rendre avec votre copie)

1) Parcours de Jean sans passer deux fois par la même pièce en partant du Hall 2 :



2) Parcours de Jean pour fermer les portes à clef sans en ré-ouvrir en partant du Hall 1 et en terminant dans le Bâtiment 1 :



3) Colorer les pièces pour que deux pièces voisines n'aient pas la même couleur :

