

Olympiades académiques de mathématiques

Série Professionnelle

Session 2024

Mercredi 20 mars de 10 heures à 12 heures

Les candidats concourent en trinôme.

Le sujet comporte 9 pages et doit être imprimé en couleur. Du brouillon sera mis à disposition des candidats.

Les calculatrices sont autorisées. Un ordinateur est à disposition du trinôme de candidats. L'utilisation d'Excel, d'EduPython et de GeoGebra est autorisée.

L'épreuve comporte trois exercices. Il est fortement conseillé aux candidats d'exposer toute initiative même non aboutie pour la résolution de ces exercices.

Le travail produit éventuellement sur ordinateur devra être imprimé et joint à la copie.

Une seule copie par trinôme de candidats sera rendue. Il devra être précisé sur cette copie les noms, prénoms, et dates de naissance de chaque membre du trinôme ainsi que le nom du lycée et la série du concours.

À vous de jouer !

Exercice 1

Le « Marathon Pour Tous » de Paris 2024

« Offrir aux Français une expérience exceptionnelle des Jeux, c'est l'ambition de Paris 2024. Le Marathon Pour Tous incarne cette promesse en permettant au plus grand nombre de vivre au plus près l'aventure des Jeux, en se mettant dans la peau des athlètes olympiques, sur le même parcours que le marathon olympique.

Pour la première fois dans l'histoire, des épreuves de course à pied « grand public » seront organisées, avec un marathon mais aussi un parcours de 10 km, disputées de nuit pour garantir de bonnes conditions de course, dans la soirée du 10 août 2024.

Comme les Jeux Olympiques dans leur ensemble, le Marathon Pour Tous aura l'ambition d'être paritaire, et Paris 2024 s'attachera à attribuer autant de dossards aux femmes qu'aux hommes. »



Source : <https://www.paris2024.org/fr/marathon-pour-tous/>

Une lycéenne souhaite participer à cette expérience exceptionnelle pour « faire partie de l'Histoire ».

N'ayant jamais couru en dehors des cours d'EPS, elle décide de se renseigner sur la préparation à suivre pour pouvoir courir un marathon (course de 42,195 km).

Elle trouve un plan d'entraînement dont l'objectif est de terminer un marathon, sans objectif de temps. Ce plan dure 16 semaines, il est détaillé dans le tableau ci-dessous :

	Semaine 1	Semaine 2	Semaine 3	Semaine 4
Séance 1 - Footing	45 min	45 min	45 min	45 min
Séance 2 - Accélération en côtes	50 min	50 min	50 min	50 min
Séance 3 - Sortie longue	1 h	1 h 10 min	1 h 20 min	1 h
	Semaine 5	Semaine 6	Semaine 7	Semaine 8
Séance 1 - Footing	50 min	55 min	1 h	45 min
Séance 2 - Fractionné	1 h 04 min	1 h 05 min	1 h 10 min	1 h 04 min
Séance 3 - Sortie longue	1 h 30 min	1 h 40 min	1 h 50 min	1 h 20 min
	Semaine 9	Semaine 10	Semaine 11	Semaine 12
Séance 1 - Footing	1 h	1 h	1 h	45 min
Séance 2 - Fractionné	1 h 10 min	1 h 16 min	1 h 07 min	1 h 10 min
Séance 3 - Sortie longue	2 h	2 h 10 min	2 h 20 min	1 h 30 min
	Semaine 13	Semaine 14	Semaine 15	Semaine 16
Séance 1 - Footing	1 h	1 h	45 min	35 min
Séance 2 - Fractionné	1 h 13 min	1 h 19 min	55 min	23 min
Séance 3 - Sortie longue	2 h 30 min	2 h	1 h 15 min	Marathon

La lycéenne a une allure de **8 km/h** lors des **footings**, une allure douce à laquelle elle peut discuter et respirer normalement.

L'**accélération en côtes** est un exercice qui alterne des montées courtes en accélérant et des descentes à un rythme plus lent pour récupérer. Son allure est de **9 km/h** pendant cet exercice.

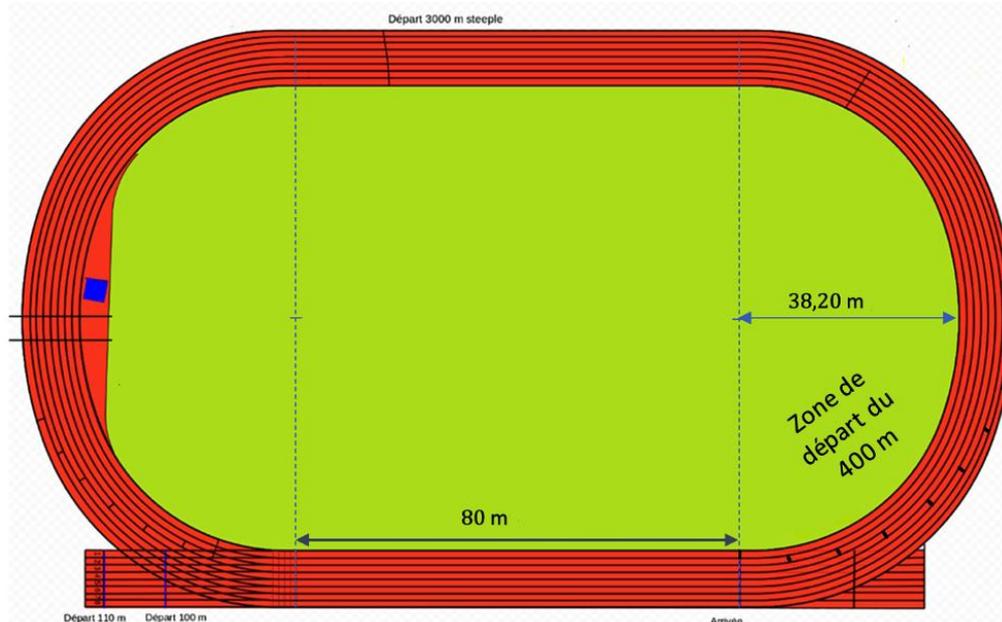
La lycéenne a une allure de **10 km/h** lors des **sorties longues**.

Le **fractionné** est un exercice où on alterne les accélérations et les périodes de récupération (course lente). Cette opération se répète un grand nombre de fois. Lors de cet exercice, elle court à une allure de **11 km/h**.

1. Calculer la distance totale parcourue par la lycéenne lors de cette préparation de 16 semaines.
2. Déterminer le nombre de marathons que représente la distance parcourue lors de cette préparation.

Exercice 2 Athlétisme : le départ du « 400 m »

Une piste d'athlétisme standard en plein air est une surface plane oblongue composée de deux lignes droites et deux demi-cercles, dont le périmètre intérieur est de 400 m. Elle est composée de huit couloirs de largeur 1,22 m.



Source : <https://ent2d.ac-bordeaux.fr/disciplines/maths-sciences/>

Lors d'un « 400 m », huit athlètes s'affrontent, chacun dans un couloir. Ils doivent rester dans le couloir qui leur est attribué durant toute la durée de la course sous peine d'être disqualifié.

Lors du départ, les athlètes partent avec un décalage comme l'indique la photographie ci-contre.

Ce décalage est identique pour chacun des couloirs et mesure 7,67 m.



Source : <https://fr.wikipedia.org/>

1. Expliquer pourquoi le départ du « 400 m » se fait en décalage.
2. Justifier, par le calcul, la valeur de ce décalage et le fait qu'il soit identique pour chacun des couloirs.

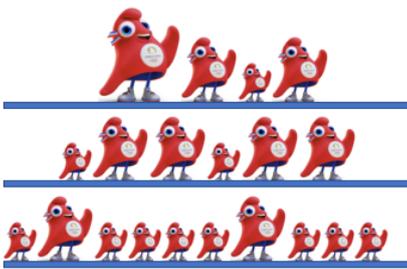
Rappel : **Formule du périmètre d'un cercle** $P = 2\pi R$

Exercice 3 **Enigmes en pagaille**

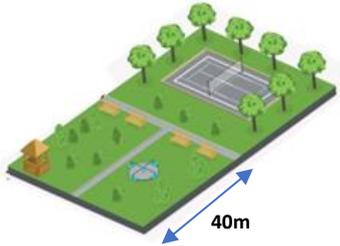
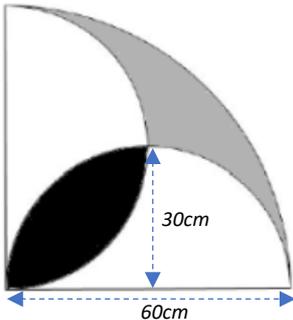
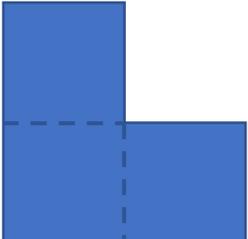
L'objectif de cet exercice est de résoudre le plus grand nombre d'énigmes possible. Chaque énigme rapporte 1, 2 ou 3 médailles comme précisé dans les tableaux. Un bonus sera attribué si au moins une énigme de chaque catégorie est résolue.

Les réponses devront être écrites et justifiées sur la copie en précisant le code de l'énigme (par exemple « Enigme A1 »).

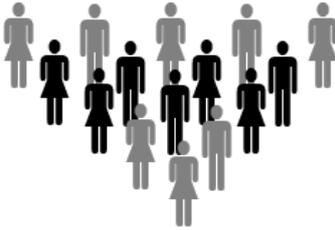
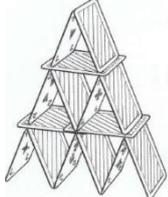
Catégorie A

<p>Enigme A1</p> 	<p>Un père et son fils participent tous les deux à une épreuve de marathon. Sachant qu'ils ont à eux deux 65 ans et que le père a 21 ans de plus que son fils, déterminer l'âge de chacun.</p>
<p>Enigme A2</p> 	<p>Victorien dit à Anna : « J'ai deux fois plus de médailles que toi et si je t'en prends une, j'en aurai trois fois plus ! ». Déterminer le nombre de médailles dont dispose Victorien.</p>
<p>Enigme A3</p> 	<p>Dans la zone « équitation », si on prend en compte les chevaux et les humains, on dénombre 30 têtes et 104 pieds. Déterminer le nombre de chevaux et d'humains dans la zone « équitation ».</p>
<p>Enigme A4</p> 	<p>Dans le bus de l'équipe de natation, il y avait au départ 40% de femmes. Lors d'un arrêt, deux femmes sont descendues et deux hommes sont montés. La proportion de femmes est désormais de 30%. Calculer le nombre de femmes présentes dans le bus.</p>
<p>Enigme A5</p> 	<p>Un collectionneur possède 20 mascottes des J.O. 2024 de 3 tailles différentes. Elles sont rangées sur trois étagères, comme représenté ci-dessous, de sorte que chaque étagère supporte la même masse.</p>  <p>Sachant que la masse de l'ensemble des mascottes est de 8,4 kg, déterminer la masse de chaque modèle de mascotte.</p>
<p>Enigme A6</p> 	<p>Dans un stade d'une capacité de 10 000 personnes, la place en tribune est vendue 15 € et la place en loge 37 €. Toutes les places sont occupées et la recette totale est 162 364 €. Déterminer le nombre de personnes en tribune et le nombre de personnes en loge.</p>

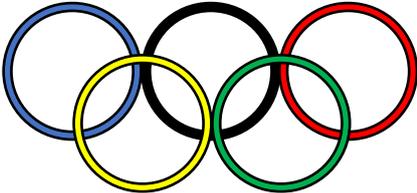
Catégorie B

<p>Enigme B1</p> 	<p>Dans le cadre d'un projet de rénovation en vue des J.O., une mairie envisage de créer un espace de jeux sur une parcelle rectangulaire de 80 m de longueur et de 24 m de largeur.</p> <p>L'aire de jeux sera constituée :</p> <ul style="list-style-type: none"> • d'un petit terrain de tennis de 12 m par 6 m ; • d'un tourniquet de 5 m de diamètre ; • d'une cabane en bois de base carrée de 4 m de côté ; • de deux chemins d'accès de largeur 180 cm.  <p>Déterminer la surface de pelouse nécessaire pour compléter cet espace.</p>
<p>Enigme B2</p> 	<p style="text-align: center;">  </p> <p>Représenter le symbole manquant de cette suite logique.</p>
<p>Enigme B3</p> 	<p>“Je suis un polygone. Si j'avais un côté de moins, j'aurais 4 diagonales de moins. Qui suis-je ?”</p> <p>Résoudre cette énigme.</p>
<p>Enigme B4</p> 	<p>Une paysagiste du futur village olympique s'est lancé un défi : planter 10 arbustes formant 5 rangées de 4 arbustes.</p> <p>Proposer une représentation de la plantation de ces 10 arbustes.</p>
<p>Enigme B5</p> 	<p>Lors d'un appel à projet, le logo suivant a été proposé pour la signalétique du futur village olympique.</p> <p>Celui-ci sera réalisé au pochoir avec des bombes de peinture de couleur grise et noire.</p> <p>Faut-il prévoir davantage de bombes de peinture grise que de bombes de peinture noire ?</p> 
<p>Enigme B6</p> 	<p>Quatre zones d'échauffement doivent être délimitées sur ce tatami composé de 3 tapis carrés identiques.</p> <p>Elles doivent avoir des formes et des surfaces identiques.</p> <p>Représenter le tatami partagé en 4 zones d'échauffement.</p> 

Catégorie C

<p>Enigme C1</p> 	<p>2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; ... ; ...</p> <p>Indiquer les deux prochains nombres de cette suite logique.</p>
<p>Enigme C2</p> 	<p>36 ; 25 ; 16 ; 9 ; 4 ; ...</p> <p>Indiquer le dernier nombre de cette suite logique.</p>
<p>Enigme C3</p> 	<p>Lors de la cérémonie d'ouverture des J.O., il est prévu de regrouper, au centre du stade, un certain nombre d'athlètes sous la forme d'un « triangle équilatéral de 100 athlètes de côté, selon le principe schématisé ci-contre.</p>  <p>Déterminer le nombre d'athlètes nécessaire pour réaliser cette figure.</p>
<p>Enigme C4</p> 	<p>Les dix premières rangées d'une tribune comportent respectivement 30 sièges, 32 sièges, 34 sièges, et ainsi de suite.</p> <p>De la onzième rangée à la vingtième rangée, chaque rangée contient 50 sièges.</p> <p>Combien y a-t-il de sièges dans cette tribune ?</p>
<p>Enigme C5</p> 	<p>On dispose de 2 jeux de 52 cartes pour réaliser un château de cartes selon le modèle ci-contre.</p>  <p>En continuant selon le même principe, déterminer le nombre d'étages qu'il est possible de réaliser en utilisant le maximum de cartes à disposition.</p>
<p>Enigme C6</p> 	<p>Un concours est organisé dans une ville étape du parcours de la flamme olympique pour gagner des billets pour la cérémonie d'ouverture des J.O.</p> <p>Le but : retrouver des médailles cachées dans la ville.</p> <p>La 1^{ère} médaille rapporte 40 points, et toute médaille supplémentaire rapporte 20 points de plus que la précédente. L'objectif est d'atteindre 3 000 points.</p> <p>Un participant a trouvé 15 médailles, peut-il espérer faire partie des chanceux qui assisteront à la cérémonie d'ouverture ?</p>

Catégorie D

<p>Enigme D1</p> 	<p>A l'épreuve de poutre, le jury a attribué les notes suivantes à une gymnaste :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">8,5</td> <td style="padding: 5px;">7,8</td> <td style="padding: 5px;">8,3</td> <td style="padding: 5px;">8,3</td> <td style="padding: 5px;">6,2</td> <td style="padding: 5px;">8,1</td> </tr> </table> <p>Calculer la moyenne des notes attribuées par ce jury.</p>	8,5	7,8	8,3	8,3	6,2	8,1
8,5	7,8	8,3	8,3	6,2	8,1		
<p>Enigme D2</p> 	<p>Ce 20 mars 2024 à 10h00, lors du début de l'épreuve, le « compte à rebours officiel des J.O. 2024 », indiquait que nous étions à 128 jours et 2h du lancement des jeux.</p> <div style="text-align: center;">  <p style="font-size: small;">Lancement des JO Paris 2024</p> </div> <p>Déterminer la date et l'heure de l'ouverture des J.O.</p>						
<p>Enigme D3</p> 	<p>Le symbole des J.O. est composé de 5 anneaux entrelacés formant 9 « régions » séparées.</p> <p>Placer les chiffres de 1 à 9 dans ces « régions » (1 chiffre par région, et chaque chiffre n'apparaissant qu'une seule fois), de sorte que la somme des chiffres contenus dans chacun des 5 anneaux donne à chaque fois le même résultat.</p> 						
<p>Enigme D4</p> 	<p>Lors de son échauffement pour l'épreuve d'escalade, un participant effectue l'ascension du mur de 12 mètres de la manière suivante : il grimpe de 3 mètres en 5 secondes, puis redescend de 2 mètres les 5 secondes suivantes et recommence ainsi jusqu'à atteindre le sommet du mur.</p> <p>Combien de temps lui faut-il de temps pour atteindre le sommet ?</p>						
<p>Enigme D5</p> 	<p>Mathilde, Mathis, Matthieu et Mathias préparent chacun un exposé sur les J.O. traitant des sports suivants : athlétisme, sports collectifs, gymnastique et judo. Pour ce faire, les 4 élèves empruntent tous un nombre différent de livres au CDI : 1, 2, 3 ou 4.</p> <p>L'élève qui a emprunté 2 livres ne s'appelle pas Mathis.</p> <p>Mathilde a choisi l'athlétisme et a emprunté plus qu'un livre.</p> <p>Mathis a emprunté plus de livres que l'élève qui traite des sports collectifs.</p> <p>Mathis a emprunté moins de livres que Matthieu.</p> <p>Matthieu ne s'intéresse pas au judo.</p> <p>Associer à chacun des élèves le sport qu'il présentera dans son exposé et le nombre de livres qu'il a emprunté.</p>						
<p>Enigme D6</p> 	<p>Le grand livre des J.O. comporte 348 pages, numérotées de 1 à 348.</p> <p>Combien de fois l'imprimeur a-t-il utilisé le chiffre 1 pour numéroter toutes les pages de ce livre ?</p>						

Catégorie E

<p>Enigme E1</p> 	<p>Lors d'un concours pour gagner une place pour la finale de handball, il faut tirer une boule blanche dans une urne opaque contenant 5 boules bleues, 2 boules blanches et 9 boules rouges. Les boules sont indiscernables au toucher.</p> <p>Calculer la probabilité de gagner une place pour la finale.</p>
<p>Enigme E2</p> 	<p>Pour entrer dans la salle du club France, Tony a créé un système de mot de passe.</p> <p>Zoé souhaite intégrer ce club mais elle ne connaît pas le mot de passe. Elle se présente alors devant la salle et observe ce qui se passe.</p> <p>Georges arrive. Tony lui dit « cinq ». Georges répond « quatre » et il entre.</p> <p>Victoria arrive. Tony lui dit « trois ». Victoria répond « cinq » et elle entre.</p> <p>Samir arrive. Tony lui dit « dix ». Samir répond « trois » et il entre.</p> <p>Vient le tour de Zoé ! Tony annonce « quatre ».</p> <p>Que doit répondre Zoé pour entrer ?</p>
<p>Enigme E3</p> 	<p>Lors du tournoi olympique masculin de basket-ball, 12 équipes s'affronteront. Lors du premier tour, elles seront réparties en trois groupes de quatre équipes. Dans chacun des groupes, chaque équipe devra rencontrer toutes les autres.</p> <p>Déterminer le nombre de rencontres qui auront lieu durant ce premier tour.</p>
<p>Enigme E4</p> 	<p>Déterminer le résultat de la dernière opération.</p> $\text{🐼} + \text{🐼} + \text{🔥} = 35$ $3 \times \text{🔥} \times \text{🔥} = 27$ $\text{👁} + \text{👁} - \text{🐼} = 8$ $2 \times \text{🔥} - \text{👁} + \text{🐼} = ??$
<p>Enigme E5</p> 	<p>Quatre personnes doivent franchir un pont piégé. Ils savent que dès qu'ils mettront le pied sur le pont, ils n'auront que 17 minutes avant sa destruction.</p> <p>Le pont ne pouvant supporter que deux personnes à la fois et l'obscurité les obligeant à utiliser leur unique lanterne, certains d'entre eux vont devoir faire des aller-retour.</p> <p>Or, si le plus rapide peut le traverser en 1 minute, un autre mettra 2 minutes, le troisième en mettra 5 et le plus fatigué 10.</p> <p>Indiquer comment ces 4 personnes s'organisent pour traverser ce pont.</p>
<p>Enigme E6</p> 	<p>Pierre, Samira et Samuel terminent un jeu qui s'est déroulé en cinq manches. Pour ce jeu, ils utilisent des jetons qui sont transmis du perdant vers les gagnants. Au début de la partie, ils disposaient à eux trois de 27 jetons.</p> <p>À chaque manche, le perdant a doublé le nombre de jetons des deux autres.</p> <p>À la fin de la partie, Pierre a 8 jetons, Samira 9 et Samuel 10.</p> <p>Déterminer le nombre de jetons dont chacun disposait au début de la partie.</p>