ACADÉMIE D'AMIENS
Liberté
Égalité
Fraternité

Olympiades académiques de mathématiques

Série Professionnelle

Session 2025

Mercredi 19 mars de 10 heures à 12 heures

Les candidats concourent en trinôme.

Le sujet comporte 5 pages et doit être imprimé en couleur. Du brouillon sera mis à disposition des candidats.

Les calculatrices sont autorisées. Un ordinateur est à disposition du trinôme de candidats. Ils doivent avoir accès au logiciel Geogebra avec le fichier « ***Escape Game*** » ouvert.

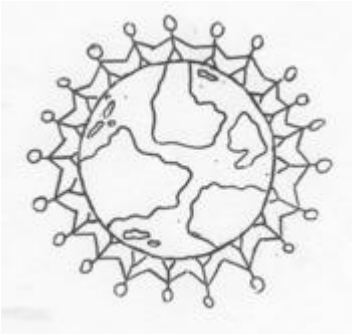
L'épreuve comporte quatre exercices. Il est fortement conseillé aux candidats d'exposer toute initiative même non aboutie pour la résolution de ces exercices.

Le travail produit éventuellement sur ordinateur devra être imprimé et joint à la copie.

Une seule copie par trinôme de candidats sera rendue. Il devra être précisé sur cette copie les noms, prénoms, et dates de naissance de chaque membre du trinôme ainsi que le nom du lycée et la série du concours.

À vous de jouer !

<u>Exercice 1</u> Faire tomber les murs



Si toutes les filles du monde
Voulaient se donner la main,
Tout autour de la mer,
Elles pourraient faire une ronde

Si tous les gars du monde
Voulaient bien être marins,
Ils feraient avec leur barque
Un joli pont sur l'onde.

Alors on pourrait faire une ronde
Tout autour du monde,
Si tous les gens du monde
Voulaient se donner la main !

Paul Fort

Depuis très longtemps, la représentation d'enfants multicolores faisant une ronde autour de la Terre est un symbole de paix entre les peuples. Ce symbole est même repris pour la fête de la Terre chaque 22 avril.

Imaginons que les femmes et les hommes de la Terre fassent une ronde debout sur l'équateur en se tenant par la main, bras tendus pour faire tomber les murs entre les peuples.

Ce projet est, certes un peu fou, mais combien faut-il d'êtres humains pour réaliser cette prouesse ?

<u>Données :</u>

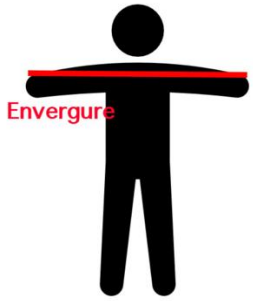
La Terre est assimilée à une sphère de rayon 6378,137 km au niveau de l'équateur.

Pour rappel, la formule du périmètre d'un cercle est : $P = 2\pi R$.

La taille moyenne des humains dans le monde est de 163 cm.

L'envergure (nos bras tendus à l'horizontale) d'un humain est en moyenne 4 centimètres plus grande que la taille moyenne.

Les bras tendus à l'horizontale se situent en moyenne au 7/8ème de la hauteur du corps.



Exercice 2 Au-delà des murs

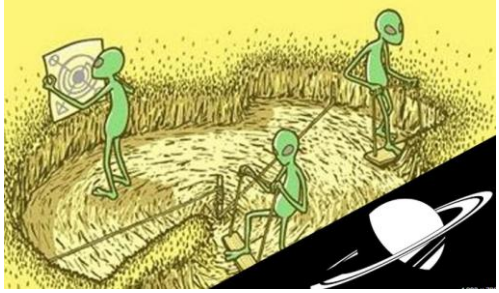
Un groupe de jeunes artistes souhaite réaliser un « cercle de culture » (*crop circle* en anglais) dans un champ de blé.

La réalisation de ce genre d'œuvre spectaculaire, longtemps attribuée aux extra-terrestres, s'effectue à partir d'un croquis réalisé sur papier.

De longues cordes permettent de reproduire les figures en écrasant le blé à l'aide de planches sur certaines zones.

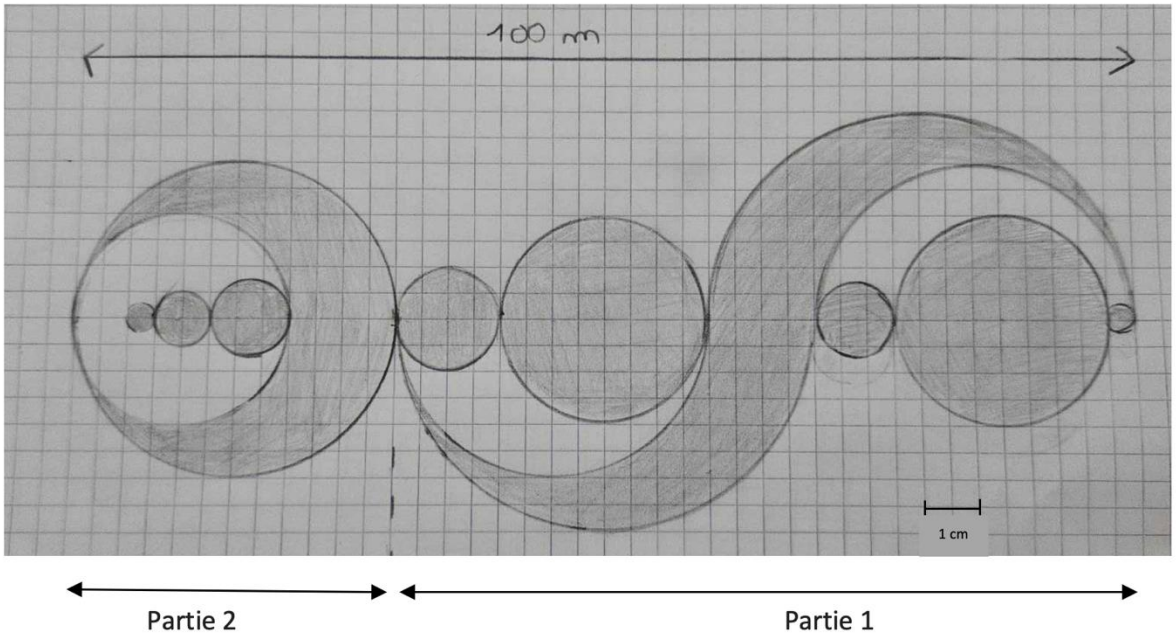
Une équipe de trois ou quatre personnes peut ainsi fabriquer un « cercle de culture » en quelques heures.

Source : www.lalsace.fr/actualites



Source : www.youtube.com

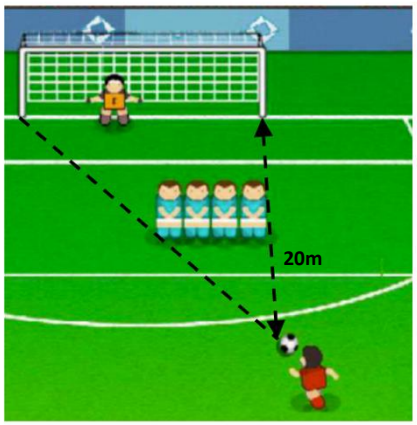
Le groupe de jeunes artistes souhaitent reproduire le « cercle de culture » selon le plan à l'échelle présenté ci-dessous.



L'équipe intervient la nuit, à la lueur des étoiles et de la Lune. Ils ont commencé le travail à 3h du matin et écrasent en moyenne 10 m² par minute.
La partie 1 dont l'aire de la surface est de 1305,72 m² a été réalisée en 2 heures et 11 minutes.

Auront-ils fini le cercle de culture avant le lever du soleil, 6h02 en ce jour d'été, sans se faire prendre ?

<u>Exercice 3</u> Passer le mur de coup franc



Le schéma n'est pas à l'échelle.

Lors d'un match de football, l'arbitre siffle un coup franc.

Le ballon est situé à 20 mètres du poteau droit du but. Le but mesure 7,32 m de large.

Hugo, le gardien de but, forme son mur, situé à une distance réglementaire de 9,15 m du ballon, avec quatre joueurs alignés parallèlement à la ligne de but.

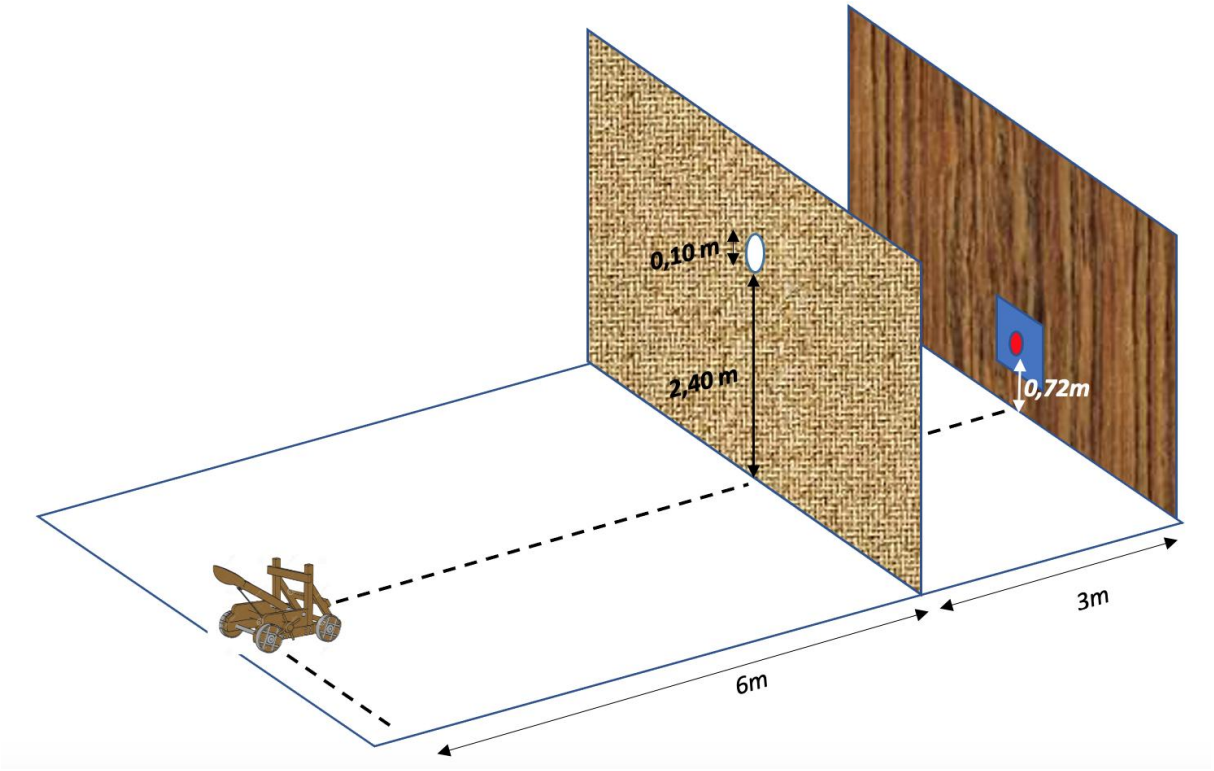
Tous les joueurs situés dans le mur ont une largeur d'épaule de 58 cm et sont placés épaule contre épaule.

Déterminer si quatre joueurs suffisent pour masquer entièrement le but.
Si non, déterminer le nombre minimum de joueurs qu'il faudra.

<u>Exercice 4</u> Traverser le mur

La dernière étape d'un Escape Game consiste à sortir d'une pièce. Pour ce faire, il faut programmer un lanceur de balle, fixé au sol à une distance de 6 m d'un mur.

La balle doit d'abord passer par un trou de 10 cm de diamètre placé à 2,40 m du sol, puis appuyer sur un bouton poussoir fixé à 72 cm du sol sur le mur du fond de la pièce voisine.



La trajectoire de la balle est modélisée par une fonction f, définie sur l'intervalle $[-6\,;3]$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels.

Cette fonction est représentée graphiquement dans le fichier Geogebra « ***Escape Game »*** ouvert sur l'ordinateur mis à disposition.

En utilisant le fichier Geogebra mis à disposition :

1. **Déterminer les coefficients a, b et c permettant de programmer le lanceur afin que la balle atteigne le bouton poussoir.**

2. **Déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle.**