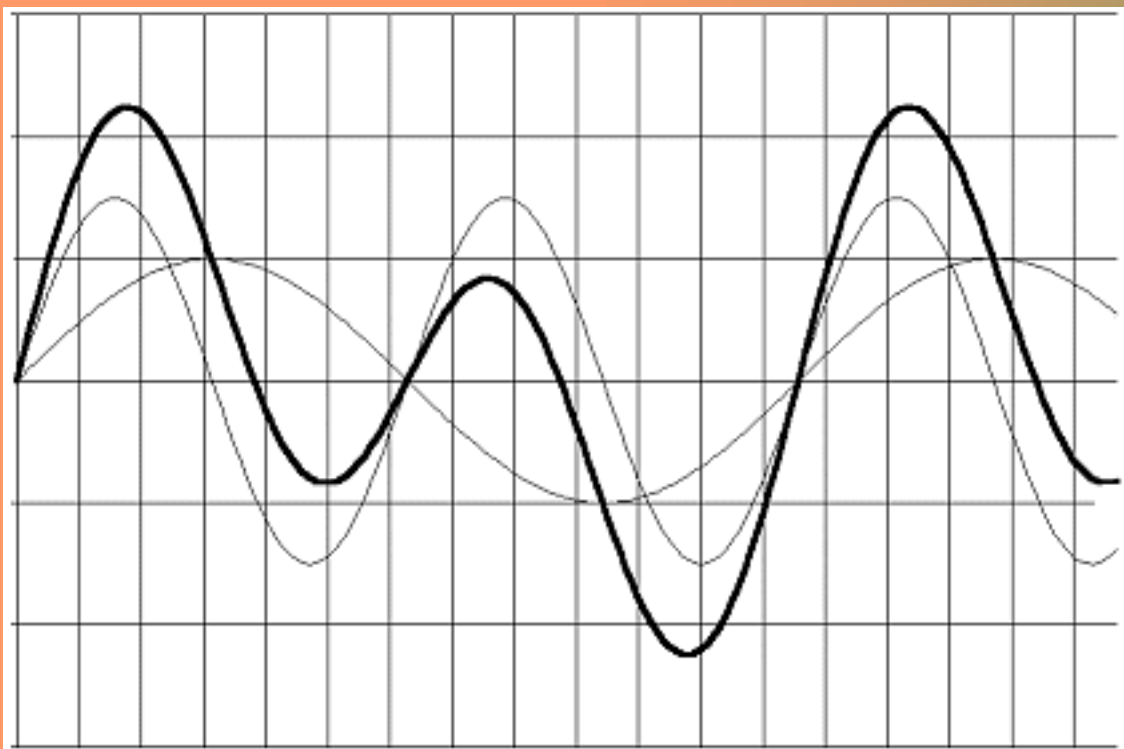


Dossier thématique n°3

Fréquence et musique



Auteur :
Jean-François RÉCOCHÉ

Dossier thématique

Sommaire n° 3

Le propos de ce dossier n'est pas de donner un cours de musique, domaine bien trop riche et complexe.

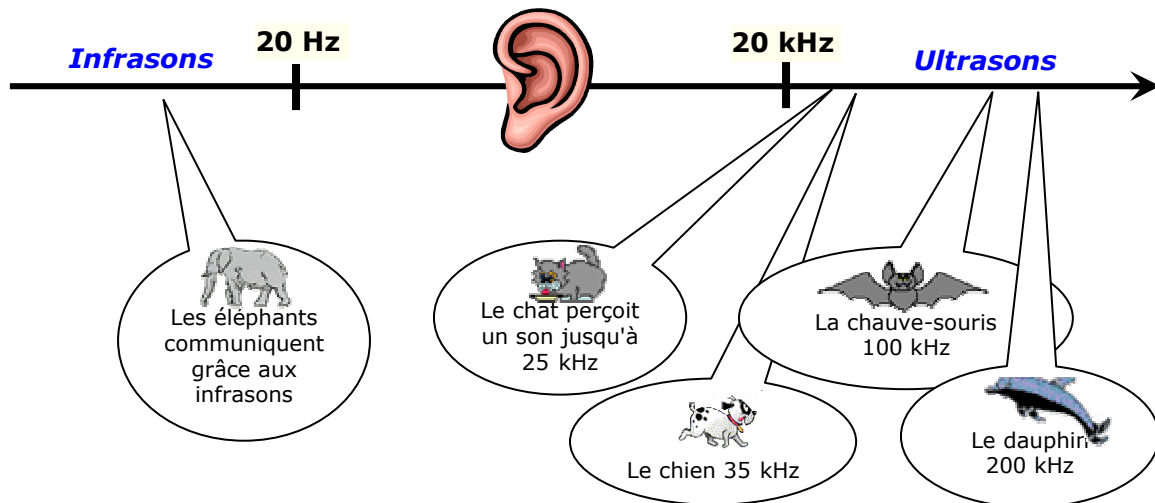
Il se limite à une série d'informations permettant au professeur, lorsqu'il aborde le thème de l'acoustique, de se sentir un peu plus "dans ses baskets" face aux relations entre les notes et face à la compréhension des échelles musicales les plus courantes, par rapport à une grandeur bien physique : la fréquence.

<i>I – Le son.</i>	P.3
<i>II – L'harmonique.</i>	P.3
<i>III – Le timbre.</i>	P.4
<i>IV – La musique.</i>	P.5
<i>V – Un peu d'histoire.</i>	P.6
<i>VI – L'échelle chromatique.</i>	P.7
<i>VII – Un peu de math.</i>	P.7
<i>VIII– Le diapason.</i>	P.8
<i>IX – De quoi finir dans le comma.</i>	P.9
<i>X – La gamme de Pythagore.</i>	P.10
<i>XI – Encore un peu de math ?</i>	P.11
<i>Diagrammes</i>	P.12

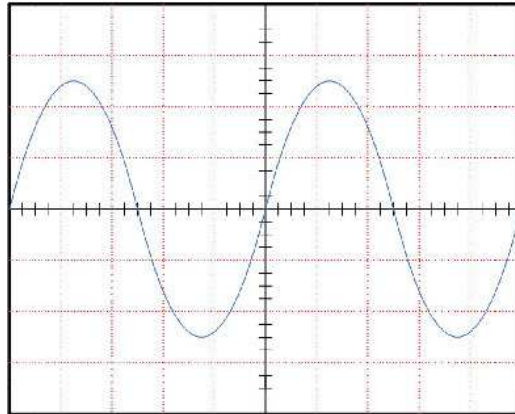
I – LE SON.

Le son est un phénomène périodique (onde) produit par les vibrations mécaniques d'un support élastique (Par extension le son peut être la sensation auditive). La fréquence correspond au nombre de vibrations par seconde d'un son.

L'oreille humaine moyenne ne perçoit les sons que dans une certaine plage de fréquences située environ (selon l'âge, les conditions de vie, etc.), entre 20 Hz et 20 000 Hz.



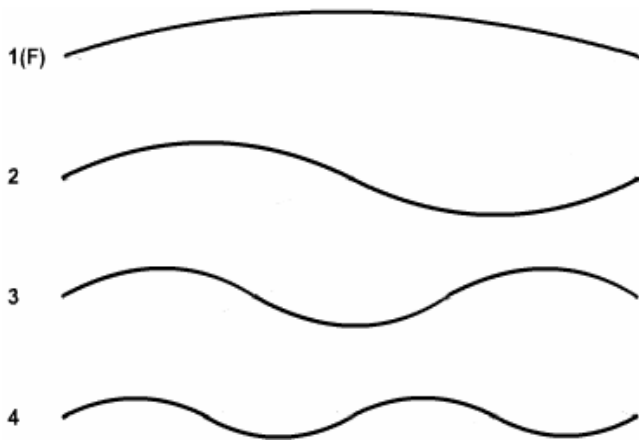
Un son est dit pur si l'onde est parfaitement sinusoïdale.



II – L'HARMONIQUE.

Un son est très rarement constitué d'une seule fréquence. Il est en général un "mélange" de plusieurs fréquences. Quand on entend le "la" à 440 Hertz, par exemple d'un violon, on y trouve une onde sonore de fréquence 440 Hz, qu'on appelle **la fréquence fondamentale**, mais on y entend

aussi les **harmoniques** : ce sont des ondes de fréquences multiples de la fréquence fondamentale. On entend par exemple un harmonique de fréquence égale à deux fois la fondamentale ($2 \times 440 = 880$ Hz), à 3 fois la fondamentale (1320 Hz), etc....



Harmonique de rang 1
(Fréquence fondamentale f)

Harmonique de rang 2
($f_2 = 2f$)

Harmonique de rang 3
($f_3 = 3f$)

Harmonique de rang 4
($f_4 = 4f$)

A noter :

* Le double d'une fréquence donne un intervalle d'une octave (voir plus loin).

* Les harmoniques d'une note sont plus aiguës que cette note.

* En général on entend l'harmonique la plus grave car c'est celle qui, le plus souvent, a la plus grande intensité (amplitude).

* Un son assourdi est pauvre en harmoniques.

* L'oreille n'est pas sensible à la différence entre les fréquences mais à leur rapport.

* le mot " harmonique " est **masculin**, mais il est aussi souvent utilisé au féminin en sous-entendant "la" fréquence associée.

III – LE TIMBRE.

Selon les instruments qui jouent une note, les harmoniques ont des importances différentes, c'est-à-dire sont plus ou moins présents, donnant ainsi un **timbre** à la note, timbre qui va nous permettre de

reconnaître cet instrument même si, pourtant, tous jouent la même note.

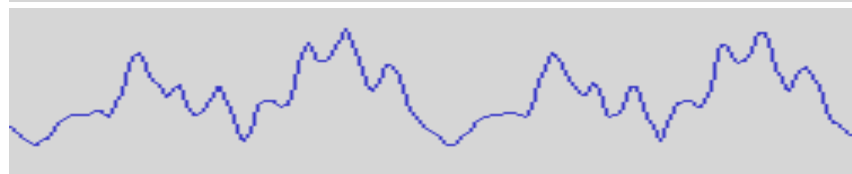
C'est le fondamental qui "fixe" la fréquence perçue par l'oreille, et ce sont les harmoniques qui, par les rapports entre leurs amplitudes, en donnent **le timbre**.

La₃ (440 Hz) joué par un synthétiseur et analysé par le logiciel 

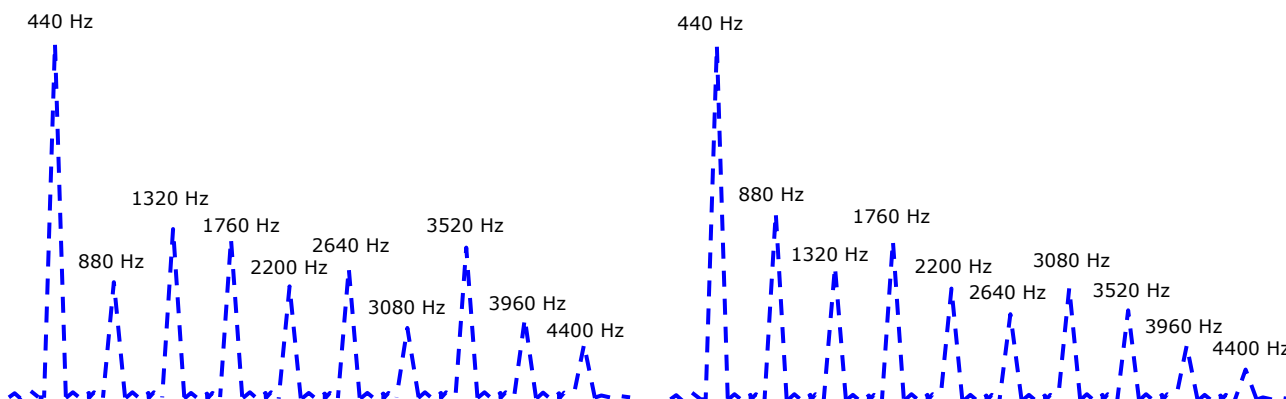
Accordéon



Trompette



Ci-dessous les graphiques d'une analyse spectrale d'un LA₃ (440 Hz) joué sur 2 instruments différents.



IV – LA MUSIQUE.

La musique est l'art de combiner les sons (et leur durée).

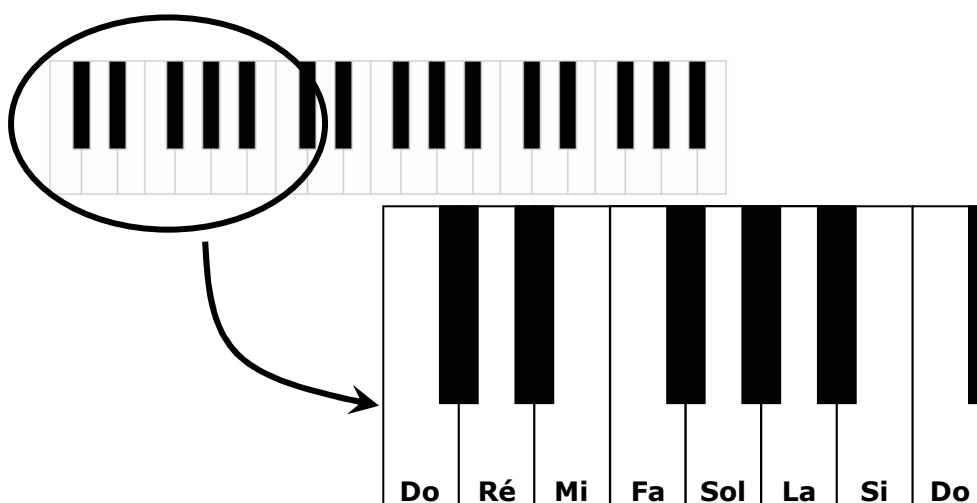
Dans la musique occidentale, un instrument joue des notes qui composent une mélodie.

Les notes successives se placent sur une échelle que l'on représente conventionnellement sur l'étendue d'une octave : La gamme.

L'échelle classique est l'échelle diatonique (voir page 12). La gamme majeure habituelle (gamme de do)

est composée de 7 degrés ou notes (Gamme heptatonique). Elle est constituée de tons et de demi-tons. OK pour 7 notes, mais alors pourquoi octave ? Pour pouvoir représenter tous les intervalles on doit donner huit notes : Do, ré, mi, fa, sol, la, si et do (Ah le coup des piquets et des intervalles !).

Le piano illustre clairement la composition de la gamme.



La "distance" entre Do et Ré est égale à un ton. Ce ton est composé de deux demi-tons, d'où la présence de la touche noire entre Do et Ré. Pareil entre Ré et Mi, Fa et Sol, Sol et La, et La et Si.

Mais pourquoi pas de touche entre Mi et Fa et entre



Si et Do ? Tout simplement (!?) parce que l'intervalle entre Mi et Fa et entre Si et Do n'est que d'un demi-ton.

Finalement l'octave est divisée en 12 demi-tons et la gamme majeure repose sur les intervalles

ton, ton, demi-ton, ton, ton, ton, demi-ton.

V – UN PEU D'HISTOIRE.

Ce n'est qu'au début des années 1000 que sont apparus les noms des notes en lieu et place de la notation alphabétique, toujours en vigueur dans les pays de culture germanique ou anglo-saxonne (A pour la, B pour si, C pour do, D pour ré, E pour mi, F

pour fa et G pour sol). Nous le devons à un moine toscan, Guido d'AREZZO, et aux sept premiers vers d'un chant grégorien, hymne des Vêpres de l'office de Saint Jean Baptiste, écrite par le poète Paul Diacre.

UTqueant laxis
REsonare fibris
MIra gestorum
FAmuli tuorum
SOLve polluti
LABii reaturn
Sancte Iohannes


Chaque vers commence sur un ton ou demi-ton plus haut que le précédent.

Traduction : « Pour que puissent résonner dans les cœurs détendus les merveilles de tes actions, absous l'erreur de la lèvre indigne de ton serviteur, saint Jean. »

Les premiers systèmes utilisés, dits hexacordes, ne comportaient que six notes.

Le "**SI**" (Initiales de la dernière ligne du poème **S**ancte **I**ohannes) n'est arrivé qu'au XVI^{ème} siècle grâce à Anselme De Flandres.

A noter :

La déformation de la lettre G a donné naissance à la clé de sol 
En médiéval la gamme s'appelait **SOLFA**, d'où solfège.
Le mot **gamme** vient, lui, de G (gamma)

Le **Ut** étant difficile à chanter dans les exercices de solfège, car trop sourd, a été remplacé au XVII^{ème} par "**Do**" qui est de meilleure sonorité (de Giovanni Battista **Doni**, musicologue italien).

VI – L'ÉCHELLE CHROMATIQUE.

La **gamme chromatique** est l'ensemble de douze notes comprenant les sept notes principales de la gamme diatonique (Les touches blanches du piano) et les cinq notes intermédiaires (Les touches noires)

définissant douze intervalles égaux dans une octave (voir page 12).

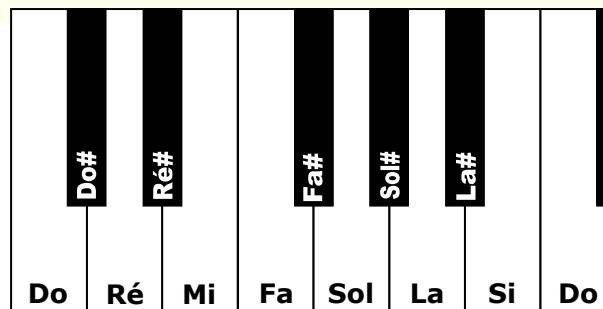
Aux 7 notes de l'échelle diatonique sont donc ajoutées des notes intermédiaires dont la hauteur (fréquence) est altérée.

Les **altérations** sont :

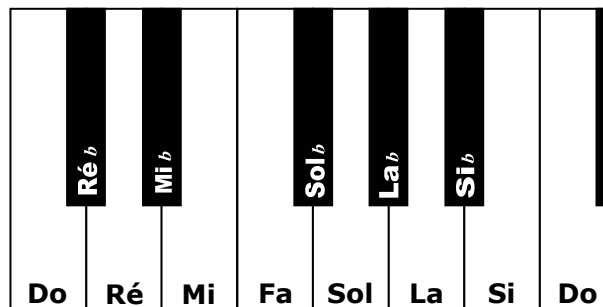
Le **dièse #** qui augmente la note d'un demi-ton.

Le **bémol b** qui abaisse la note d'un demi-ton.

Gamme chromatique ascendante : Do-Do#-ré-Ré#-Mi-Fa-Fa#-Sol-Sol#-La-La#-Si-Do



Gamme chromatique descendante : Do-Réb-ré-Mib-Mi-Fa-Solb-Sol-Lab-La-Sib-Si-Do



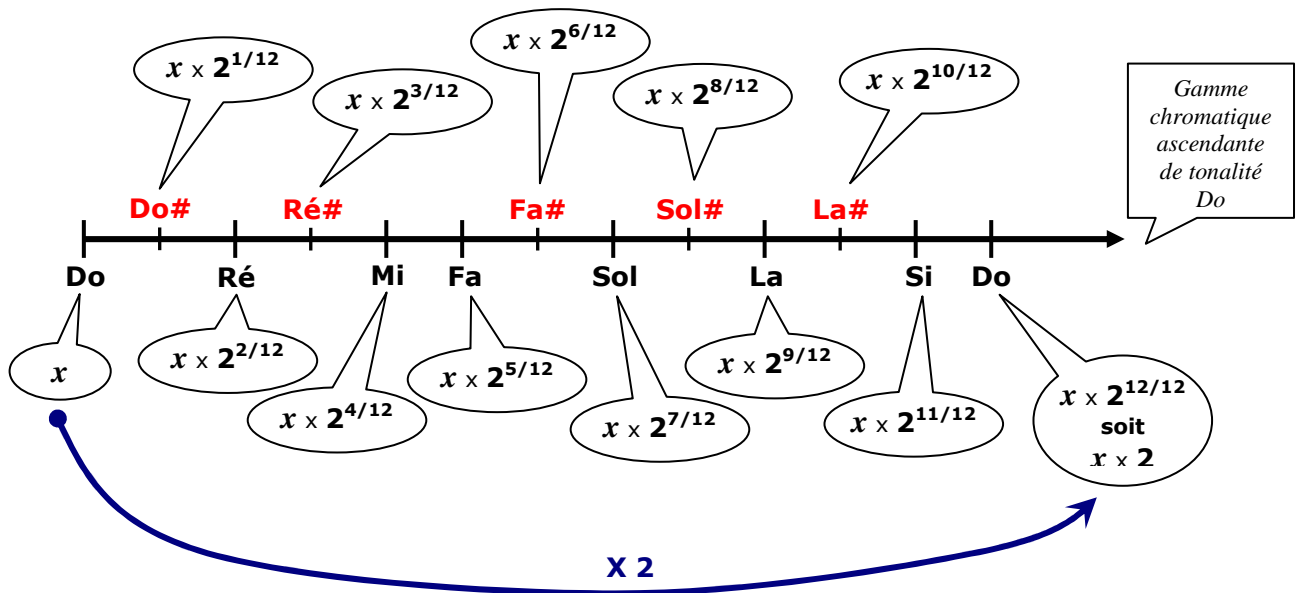
VII – UN PEU DE MATH.

On passe d'une octave à l'octave supérieure en multipliant la fréquence par 2.

La gamme chromatique étant constituée de 12 demi-tons, le

multiplicateur pour passer de la fréquence d'un demi-ton à l'autre est donc $\sqrt[12]{2}$ ou si vous préférez $2^{1/12}$ ou encore **1,05946** (arrondi à 10^{-5})

Nous sommes donc en présence d'une **suite géométrique** de **raison** $\sqrt[12]{2}$.



Travail et exercices possibles sur les racines qui ne sont pas que carrées,
sur la correspondance $\sqrt[n]{a}$ et $a^{1/n}$,
sur l'utilisation des calculatrices (touches différentes selon marques et modèles),
et bien sûr, sur les suites numériques.

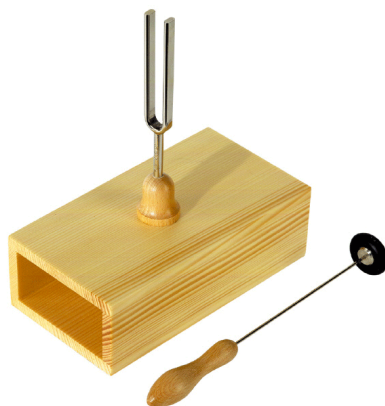
VIII – LE DIAPASON.

Le **diapason** est un outil de musicien donnant la fréquence d'une note servant de référence. Le musicien peut ainsi accorder (étalonner) son instrument.

La hauteur du diapason a beaucoup varié dans les siècles passés, et d'un lieu à l'autre. L'usage s'est établi de le fixer sur le la_3 (dit "son du diapason"). La Conférence

internationale de Londres en 1953 a fixé la hauteur absolue du la_3 à 440 Hz.

C'est elle qui sert de note témoin mais il existe d'autres diapasons (on trouve également des diapasons étalonnés en *Do* ou même en *Si* bémol dans le cas des instruments à vent).



A noter :

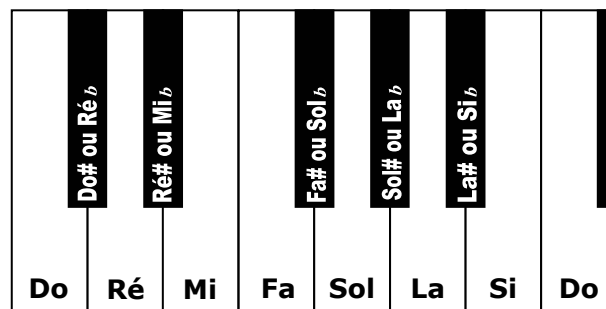
À défaut de diapason, il est bon de savoir qu'en France, la tonalité du téléphone fixe a une fréquence de 440 Hz correspondant au la_3 moderne.

IX – DE QUOI FINIR DANS LE COMMA !

L'échelle chromatique proposée en page 12 est dite **tempérée**.

Si vous avez bien suivi, vous avez donc bien assimilé qu'entre Do et Ré (par exemple), il y a 1 ton et que ce ton se divise en 2 demi-tons: un demi-ton (dit chromatique) entre **Do** et **Do#** et un demi-ton (dit diatonique) entre **Do#** et **Ré**.

D'un point de vue pratique, le demi-ton chromatique et le demi-ton diatonique sont égaux. Ainsi sur des instruments comme piano ou guitare, un **Do#** ou un **Réb** sont joués pareillement avec la même touche.



Pour cette raison, piano ou guitare sont dits instruments tempérés.

MAIS, car il y a un **mais**, en théorie, un ton peut être divisé en 9 parties égales et chacune d'entre elles est appelée un **comma** (nous y voilà !). Un ton est constitué de 9 commas. Le demi-ton chromatique équivaut à 5 commas et le demi-ton diatonique équivaut à 4 commas.

Un joueur d'instrument à cordes comme le violon, tiendra compte de la différence. Il ne fera pas varier pareillement le son pour jouer un **Do#** ou un **Réb**. Pour lui 17 notes sont possibles sur une octave.



A noter :

Ne pas perdre de vue que notre gamme traditionnelle n'est qu'une convention. Si la musique orientale sonne étrangement à nos oreilles, c'est que les hindous ont une gamme comportant 24 notes.

X - LA GAMME DE PYTHAGORE.



La gamme de Pythagore fut le support de la musique du Moyen-Âge.

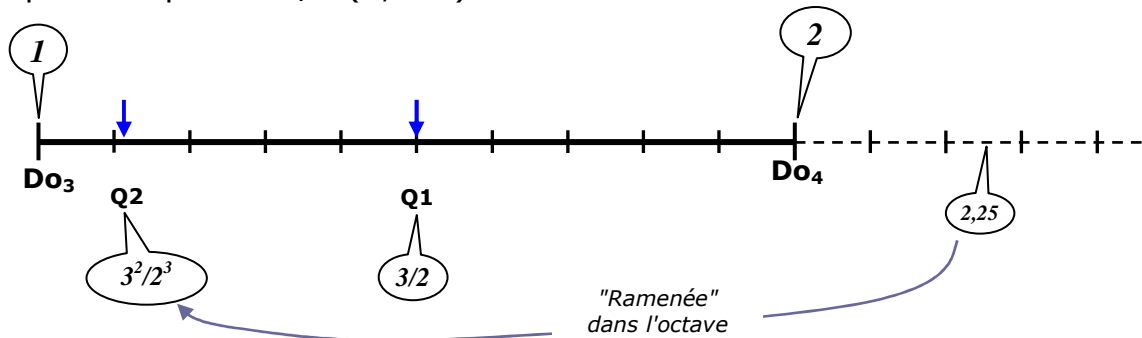
Pythagore aurait (les disciples y sont aussi pour beaucoup !) constaté que l'association de sons produits par deux cordes de longueurs différentes (même matière et même tension) étaient agréables à l'oreille lorsque le rapport des longueurs était 2 (ou 4, 1/2, ...). C'était la "naissance" de l'octave. Il aurait constaté de même que cela se vérifiait si le rapport des longueurs était de 3/2 (ou 2/3 selon le sens).

2 sons dont le rapport des fréquences (inversement proportionnelles aux longueurs) est égal à 3/2 sont dits **à la quinte** l'un de l'autre.

Ancêtre de nos gammes "diatoniques", la gamme de Pythagore s'appuie uniquement sur une succession de quintes.
Partons du Do₃ (261,63 Hz) et faisons-en notre unité de fréquence (1).

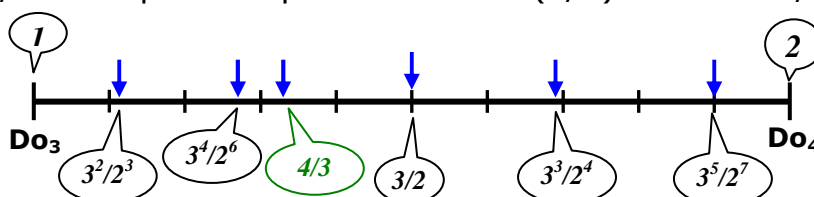
Construire la gamme Pythagoricienne (et pas Pythagorienne), c'est donc construire la **suite géométrique** de premier terme 1 et de raison 3/2.

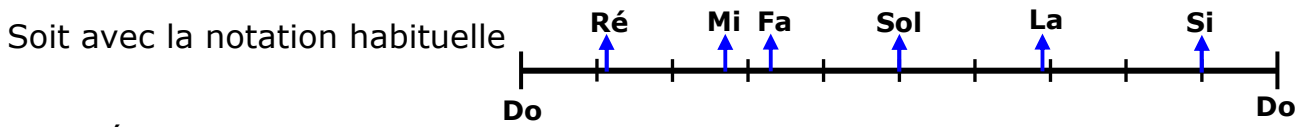
La première quinte Q₁ a pour fréquence 3/2
La deuxième Q₂ a pour fréquence 3/2 x 3/2 = 9/4 = 2,25.
Mais nous "sortons" de l'octave (intervalle [1;2] selon notre notation).
Pour la "ramener" dans l'octave divisons par 2 (rapport des octaves) :
Q₂ a pour fréquence 9/8 (1,125)



Q₃ : $(3/2)^3 = 3,375$ ramené à 1,6875
Q₄ : $(3/2)^4 = 5,0625$ ramené à $3^4/2^6$ (il faut maintenant diviser par 2² pour "ramener" dans l'octave)
Q₅ : $(3/2)^5$ ramené à $3^5/2^7$

La septième note, n'est pas définie par la quinte suivante, mais par la note dont le Do₄ est la quinte ! (Sûrement question de "tomber juste" sur Do₄).
C'est donc 2/3 de 2 qu'il faut prendre et non $(3/2)^6$ de 1. $2/3 \times 2 = 4/3$





Pour résumer :

	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Gamme de Pythagore	1	$\frac{3^2}{2^3}$ (1,125)	$\frac{3^4}{2^6}$ (1,266)	$\frac{4}{3}$ (1,333)	$\frac{3}{2}$ (1,5)	$\frac{3^3}{2^4}$ (1,688)	$\frac{3^5}{2^7}$ (1,898)	2
Gamme diatonique tempérée	1	$2^{2/12}$ (1,122)	$2^{4/12}$ (1,260)	$2^{5/12}$ (1,335)	$2^{7/12}$ (1,498)	$2^{9/12}$ (1,682)	$2^{11/12}$ (1,888)	2

Le calcul des fréquences donne le tableau suivant :

	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Gamme de Pythagore	261,63	294,33	331,13	348,84	392,44	441,50	496,69	523,26
Gamme diatonique tempérée	261,63	293,66	329,63	349,23	392,00	440,00	493,88	523,26

Excepté le Si qu'un initié entendra différent, on peut constater le peu de différence.

XI – ENCORE UN PEU DE MATH ?

Les unités de mesure des hauteurs musicales sont très nombreuses (et complexes). Pour permettre un traitement des fréquences par addition ou soustraction, elles sont

essentiellement de type logarithmique, ce qui peut intéresser le prof de math qui sommeille en vous. Quelques notions sur l'une d'entre elles : Le **Savart**.



D'abord chirurgien, *Félix Savart* (1791-1841) a abandonné la médecine pour devenir un spécialiste de l'acoustique. Il est l'inventeur du

sonomètre et son nom a été donné à une unité de mesure des intervalles musicaux.

2 sons de fréquences f_1 et f_2 sont séparés par un nombre **S** de savarts tel que :

$$S = 1000 \cdot \log \left(\frac{f_1}{f_2} \right)$$

D'une octave à l'octave supérieure la fréquence est multipliée par 2.

$$\frac{f_1}{f_2} = 2 \Rightarrow S = 1000 \times \log 2 \approx 1000 \times 0,30103 \approx 301$$

Par approximation 1 octave = 300 savarts soit 1 demi-ton = 25 savarts

Travail et exercices possibles sur les logarithmes et les fréquences.

Echelle diatonique

Echelle chromatique

